

脉冲射流控制现象的自激-外激耦合模型

陆惟煜^{1,2}, 黄国平², 杨雨轩²

(1. 南京工业大学 数理科学学院, 南京 211800;
2. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 为了阐释脉冲射流控制中出现的频率依赖性、位置依赖性、条件同步性及强度依赖性这 4 种现象,在弱非线性稳定性理论的基础上,建立了一种简化的自激-外激耦合模型,用于近似描述脉冲射流流动控制现象。该模型由偏微分方程组构成,特定情形下可简化为常微分方程进行求解,通过将求解结果与脉冲射流控制的数值模拟及实验数据进行对比,研究发现:该自激-外激耦合模型能定性或半定量反映实际脉冲射流控制中出现的 4 种现象。结合模型的分析表明:脉冲射流主要利用流动的非线性不稳定性机制,通过使流场与非定常激励产生同步运动,促进主流和分离流间的动量传递,从而实现自激-外激耦合流动控制作用,并表现出脉冲射流控制的 4 种典型现象。

关 键 词: 脉冲射流; 流动分离; 流动控制; 耦合模型; 非线性; 非定常; 流动稳定性

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Coupling model of self- and external-excitation for phenomena in pulsed jet flow control

LU Weiyu^{1,2}, HUANG Guoping², YANG Yuxuan²

(1. School of Physical and Mathematical Sciences,
Nanjing Tech University, Nanjing 211800, China;
2. College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to explain four phenomena such as frequency-dependent, position-dependent, synchronization and intensity-dependent effects in pulsed jet flow control, a simplified coupling model of self- and external- excitation was established to approximately describe pulsed jet flow control based on the flow stability theory with weak nonlinearity. Composed of two partial differential equations, the model can be simplified as ordinary differential equations for solution in particular cases. By comparing the model results with those from numerical simulation and experiment of pulsed jet flow control, it can be found that the coupling model can qualitatively or semi-quantitatively reflect the four phenomena in actual pulsed jet flow control. Further analysis of the model showed that the pulsed jet mainly used the nonlinear flow instability mechanism to promote the momentum transfer between the main flow and the separated flow by making the flow field synchronize with unsteady excitation. As a result of self- and external- excitation coupling,

收稿日期: 2021-02-17

基金项目: 江苏省自然科学基金(BK20200680); 国家自然科学基金(52106046)

作者简介: 陆惟煜(1989—),男,讲师,博士,主要从事非定常流动控制技术研究。

引用格式: 陆惟煜,黄国平,杨雨轩. 脉冲射流控制现象的自激-外激耦合模型[J]. 航空动力学报,2022,37(1):181-190. LU Weiyu, HUANG Guoping, YANG Yuxuan. Coupling model of self- and external-excitation for phenomena in pulsed jet flow control [J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(1): 181-190.

flow control effects were realized and four typical and unique phenomena were presented.

Key words: pulsed jet; flow separation; flow control; coupling model; nonlinearity; unsteadiness; flow stability

先进航空发动机的发展趋势是追求更高的推质比及更低的耗油率指标。对于压气机部件而言,需要在保证其经济性(效率)和稳定性(稳定裕度)的前提下提高压气机负荷。由于压气机的高负荷设计容易导致叶背和角区分离等流动恶化现象,影响了其气动效率和稳定裕度,因此越来越多的研究者开始关注于抑制流动分离的流动控制技术^[1]。

由于非定常控制相比对应的定常控制,在达到相同控制效果的前提下能花费更少的能量,因此近年来受到广泛地关注与重视,也更具应用与发展前景^[2]。目前已出现多种非定常流动控制方法,包括声波激励^[3]、合成射流^[4]、脉冲射流^[5]、振动壁面^[6]等。当前针对非定常流动控制的研究已获得了大量规律性的认识^[2],其中包含与不同激励参数相关的4种典型现象,即频率依赖性、位置依赖性、条件同步性及强度依赖性。频率依赖性意味着流动控制效果与流动控制频率存在着强关联,流动控制效果仅在特定激励频率下才能达到最佳^[7-8];位置依赖性意味着非定常流动控制装置布置的最佳位置通常在无控情形的分离点附近^[2],例如对于过失速机翼,激励装置通常布置于前缘;条件同步性则意味着,特定参数条件下的非定常激励能与流场发生锁频和锁相,即促进流场与激励自身产生同步^[9];强度依赖性的意思则是,通常流动控制效果与激励强度(或幅值)具有明显的相关性,不合适的激励强度可能无法产生明显控制效果,而过高的激励强度甚至可能产生负效果^[2,10]。然而,这些独特现象背后的本质机理仍不明晰^[11],需要统一的理论框架对其进行诠释。

目前,非定常流动控制的理论基础主要为流动稳定性理论。流动稳定性理论分为线性理论和非线性理论。线性理论又分为经典稳定性分析(基于Orr-Sommerfeld(O-S)方程)^[12]及全局稳定性分析^[13],两者可分别用于获得流场某一速度剖面 and 流场全局的最不稳定频率和模态。由于线性稳定性理论基于小扰动理论,不能处理扰动幅值较大时需要考虑非线性效应的情形,Stuart-Landau(S-L)弱非线性稳定性模型^[14-15]应运而生,并部分解决了线性稳定性理论的不足,可以处理参

数在临界值附近产生的超临界分叉流动现象^[16]。目前,线性稳定性理论已发展得较为成熟,通常可用其解释非定常流动控制中的频率依赖性并预测最佳控制频率^[17],但无法解释类似条件同步性这种与非线性效应相关的现象;而非线性稳定性理论尚不够完备,无法应用于压气机中具有强非线性性的流动中。

针对上述情况,本文在弱非线性稳定性理论的基础上,推导了一种适用于脉冲射流流动控制的简化自激-外激耦合模型,从而能在同一个理论框架下,解释脉冲射流流动控制中的4个独特现象,并揭示其中蕴含的控制机制,增进了对非定常流动控制的理解。

1 脉冲射流流动控制的自激-外激耦合模型

1.1 模型的推导

非定常流动控制的一个显著特点是具有“四两拨千斤”的能力,即较小的外激励能量即能对蕴含较大能量的主流进行控制。这与不稳定流动中微弱扰动带来流动整体状态较大改变的机制相契合,因此通常把流动稳定性理论作为非定常流动控制的理论基础^[2]。

在经典的线性稳定性理论中,对于二维平行流动,假设其 x 方向速度为 $U(y)$,微扰扰动波的流函数 $\psi(x, y, t)$ 可表达为正则模态形式

$$\psi(x, y, t) = \phi(y) e^{i(kx - \omega t)} + \bar{\phi}(y) e^{-i(kx - \omega t)} \quad (1)$$

其中 k, ω 分别为扰动波复波数及复角频率, $\phi(y)$ 应满足O-S方程(已无量纲化)

$$\left(\frac{d^2}{d\tilde{y}^2} - \tilde{k}^2 \right)^2 \tilde{\phi} = i \tilde{k} Re \left[\left(\tilde{U} - \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{k}} \right) \left(\frac{d^2}{d\tilde{y}^2} - \tilde{k}^2 \right) - \frac{d^2 \tilde{U}}{d\tilde{y}^2} \right] \tilde{\phi} \quad (2)$$

其中上标“ $\sim$ ”代表某个参数的无量纲形式; Re 为雷诺数。通过式(2)可以求出最不稳定模态的 $\phi(y)$ 、 k 及 ω 。实际二维流动的速度型为 $U(x, y)$,假设可以从全局流场中选出最占优局域正则模态($\phi(y)$ 、 k 及 ω 表征),则该模态的时间

及空间增长率应为 x 的函数,由式(1)可得其表达为

$$\psi(x, y, t) = 2e^{-k_i(x)x + \omega_i(x)t} [\phi_r(y) \cos(k_r x - \omega_r t) - \phi_i(y) \sin(k_r x - \omega_r t)] \quad (3)$$

其中下标 r 和 i 分别代复数的实部和虚部。由该式可以看出, $\omega_i(x)$ 、 $-k_i(x)$ 分别表征主导不稳定模态的时间和流向空间增长率; ω_r 和 k_r 则分别表示主导不稳定模态的频率与波数。对于固定的 y_0 , $\psi(x, y, t)$ 可以简化为

$$\begin{aligned} \psi(x, y_0, t) &= \psi(x, t) = \\ &A(x, t) \sin(k_r x - \omega_r t + \varphi) = \\ &a e^{-k_i(x)x + \omega_i(x)t} \sin(k_r x - \omega_r t + \varphi) \end{aligned} \quad (4)$$

其中系数 a 、 φ 由 $\phi(y_0)$ 的实部和虚部决定。为了模型形式的简化起见,假设增长率沿流向缓慢变化,即有 $d\omega_i(x)/dx \approx 0$ 及 $dk_i(x)/dx \approx 0$;假设增长率相比频率或波数是慢变量,即有 $\omega_i \ll \omega_r$ 及 $k_i \ll k_r$,可式(4)推导得出

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\omega_r^2 \psi + 2\omega_i(x) \frac{\partial \psi}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k_r^2 \psi - 2k_i(x) \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases} \quad (5)$$

该式基于线性稳定性理论,可以近似表达扰

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\omega_r^2 \psi + 2(\omega_i(x) - 4l_\omega(x)\psi^2) \frac{\partial \psi}{\partial t} + f(x, t) \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k_r^2 \psi + 2(-k_i(x) - 4l_k(x)\psi^2) \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{k_r^2}{\omega_r^2} f(x, t) \end{cases} \quad (8)$$

该模型近似反映了流体由于不稳定性产生的主导自激运动与外部激励(环境噪声及非定常流动控制)间的耦合,模型由两个偏微分方程组成,分别近似描述了扰动波流函数沿时间和流向空间的演化规律。

外激励 $f(x, t)$ 由环境噪声 $f_n(x, t)$ 和非定常流动控制产生的激励 $f_e(x, t)$ 组成。即

$$f(x, t) = f_n(x, t) + f_e(x, t) \quad (9)$$

环境噪声和非定常激励的区别有以下几方面:环境噪声是全频域、全空间域的,非定常激励往往具有单一频率(或窄频带)和局域性;环境噪声幅值较小,且不可控,非定常激励通常相比较较大,且可控;环境噪声的相位具有随机性,非定常激励的相位由控制器决定。

非定常流动控制激励通常位置固定,且激励强度和频率保持不变(如流场中某位置放置的具有一定动量系数和频率的脉冲射流),其产生的外激励扰动波应具有如下形式:

动幅值较小时主导正则模态的发展;当扰动幅值较大时,则需要考虑非线性效应。由式(4)可以看出,在线性稳定性理论中,扰动幅值沿时间和空间的发展都为常数,有

$$\begin{cases} \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial A}{\partial t} = \omega_i \\ \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} = -k_i \end{cases} \quad (6)$$

而根据S-L弱非线性稳定性理论^[14],随着扰动幅值的增大,增长率由于非线性效应会随幅值增大而减小,应有如下表达:

$$\begin{cases} \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial A}{\partial t} = \omega_i - l_\omega A^2 \\ \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} = -k_i - l_k A^2 \end{cases} \quad (7)$$

其中系数 l_ω 和 l_k 为landau常数。这样不稳定模态的幅值不会无限制地指数增长,而是存在饱和值。参考式(7),将式(5)中的 $\omega_i(x)$ 和 $-k_i(x)$ 分别用 $\omega_i - 4l_\omega \psi^2$ 及 $-k_i - 4l_k \psi^2$ 近似代替,其中倍数4可使 $\psi(t)$ 的包络线为 $A(t)$ 。此外,在方程右侧加入环境噪声和非定常流动控制产生的外激励源项 $f(x, t)$,可得

$$f_e(x, t) = A_e(x) \sin(\omega_e t + k_e x + \varphi_e) \quad (10)$$

其中 $A_e(x)$ 是不同位置流场感受到的扰动波幅值,只与流向位置 x 相关; ω_e 、 k_e 及 φ_e 分别是外激励扰动波的角频率、波数及初相位。在自由剪切流中,不同频率扰动波的相速度 c (即向下游传播速度)为两股剪切流速度(设为 U_1 和 U_2)的平均值,即 $c = (U_1 + U_2)/2$;类似地,在非定常流动分离中,若主流速度为 U_1 ,由于分离流流动速度较低($U_2 \approx 0$),因此非定常分离流的 $c \approx U_1/2$,因此不同频率扰动波的相速度 c 可近似认为常数。由于脉冲射流只能调节激励的频率 ω_e ,不能调节波数 k_e ,波数 k_e 的表达如下:

$$k_e = \frac{\omega_e}{c} = \frac{k_r}{\omega_r} \omega_e \quad (11)$$

带入式(10)可得

$$f_e(x, t) = A_e(x) \sin\left(\omega_e t + \frac{k_r}{\omega_r} \omega_e x + \varphi_e\right) \quad (12)$$

由于环境噪声的全频域和全空间域性,一个

简单的模型是把环境噪声模化为白噪声,即

$$f_n(x, t) = \sum_{\omega_n} A_n \sin(\omega_n t + \frac{k_r}{\omega_r} \omega_n x + \varphi_n(\omega_n)) \quad (13)$$

其中 A_n 是不同频率噪声扰动波的幅值,为幅值很小的常数; ω_n 为噪声频率; $\varphi_n(\omega_n)$ 为不同频率噪声扰动波对应的随机相位。

本文的分析即结合式(8)、式(9)、式(12)和

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{t}^2} = -\tilde{\psi} + (\tilde{\omega}_i(\tilde{x}) - \tilde{l}_w(\tilde{x}) \tilde{\psi}^2) \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{A}_e(\tilde{x}) \sin(\tilde{\omega}_e \tilde{t} + \tilde{\omega}_e \tilde{x} + \varphi_e) + \\ \sum_{\tilde{\omega}_n} \tilde{A}_n \sin(\tilde{\omega}_n \tilde{t} + \tilde{\omega}_n \tilde{x} + \tilde{\varphi}_n(\tilde{\omega}_n)) \\ \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}^2} = -\tilde{\psi} + (-\tilde{k}_i(\tilde{x}) - \tilde{l}_k(\tilde{x}) \tilde{\psi}^2) \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{A}_e(\tilde{x}) \sin(\tilde{\omega}_e \tilde{t} + \tilde{\omega}_e \tilde{x} + \varphi_e) + \\ \sum_{\tilde{\omega}_n} \tilde{A}_n \sin(\tilde{\omega}_n \tilde{t} + \tilde{\omega}_n \tilde{x} + \tilde{\varphi}_n(\tilde{\omega}_n)) \end{cases} \quad (14)$$

其中 $\tilde{\psi} = \psi \omega_r / k_r^2$ 、 $\tilde{t} = \omega_r t$ 、 $\tilde{x} = k_r x$ 、 $\tilde{\omega}_i(\tilde{x}) = 2\omega_i(\tilde{x}/k_r)/\omega_r$ 、 $\tilde{k}_i(\tilde{x}) = 2k_i(\tilde{x}/k_r)/k_r$ 、 $\tilde{l}_w(\tilde{x}) = 8k_r^4 l_w(\tilde{x}/k_r)/\omega_r^3$ 、 $\tilde{l}_k(\tilde{x}) = 8k_r^3 l_k(\tilde{x}/k_r)/\omega_r^2$ 、 $\tilde{\omega}_e = \omega_e/\omega_r$ 、 $\tilde{A}_e(\tilde{x}) = A_e(x)/(\omega_r k_r^2)$ 、 $\tilde{\omega}_n = \omega_n/\omega_r$ 、 $\tilde{A}_n = A_n/(\omega_r k_r^2)$ 及 $\tilde{\varphi}_n(\tilde{\omega}_n) = \varphi_n(\tilde{\omega}_n \omega_r)$ 。

无量纲化后的模型独立参数更少,对其进行分析得到的结果也更具一般意义。因此,后文的分析都针对表达式(14)展开。

1.3 模型的评价指标

为了将模型与实际非定常流动控制效果相关联,需要引入模型的评价指标。在自由剪切流中,剪切层的动量厚度及拟序涡结构尺度均随剪切流沿下游发展线性增大^[18]。由于动量厚度是表征流体间动量传递程度的物理量,且自由剪切流是分离流动非定常控制的基础^[2],由此可以推断出,在分离流中较大的拟序涡结构尺度对应于较强的动量输送程度。式(14)是描述流动非线性稳定性的模型,其中流函数 $\tilde{\psi}(\tilde{x}, \tilde{t})$ 用于描述扰动波的时空演化过程,可以用该流函数的幅值反映非定常流动中的主导不稳定涡结构尺度。由于在非定常流动分离中,非定常流动控制的一个显著目的是依靠增强不稳定涡结构,以促进主流与分离流间的动量交换,从而抑制具有较低动量的分离流动^[2],为了通过流函数衡量这种通过不稳定流动结构传递的动量,本文定义流函数 $\tilde{\psi}(\tilde{x}, \tilde{t})$ 的平均有效值 ϵ 为卷入量,其表达为

式(13)展开。下文将对该模型进行无量纲化,以方便对模型进行数值仿真计算;并给出模型的评价指标,以将不同参数下模型的解与非定常流动控制流场相关联。

1.2 模型的无量纲化

为了便于后续的数值计算与分析,将式(9)、式(12)、式(13)带入式(8),并进行无量纲化,可得到

$$\epsilon^2 = \frac{\int_{\tilde{x}_1}^{\tilde{x}_2} d\tilde{x} \int_{\tilde{t}_1}^{\tilde{t}_2} \tilde{\psi}^2 d\tilde{t}}{(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1)(\tilde{t}_2 - \tilde{t}_1)} \quad (15)$$

该值表征了流函数在时间域 $(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)$ 和空间域 $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$ 间的平均有效值大小,本文即用该值衡量主导不稳定流动结构对动量的输送能力。此外,由于 ϵ 越大,主导不稳定流动结构由主流向低能流输送的动量越多,通常流动控制效果也越好,为了和实际内流流动控制中经常采用的总压损失系数的变化趋势相一致,本文采用 ϵ 的减少量 ϵ_r (相对卷入量)作为非定常流动控制效果的评价指标

$$\epsilon_r = \epsilon_n - \epsilon_c \quad (16)$$

其中下标 n 和 c 分别表示无控和有控状态。这样, $\epsilon_r < 0$ 意味着流动控制有正效果, $\epsilon_r > 0$ 则意味着流动控制有负效果。

2 脉冲射流的数值模拟及实验方法

本文建立的自激-外激耦合模型的目的是解释脉冲射流流动控制中存在的现象,并意图扩展到其他非定常流动控制方法中。为了表明该模型的有效性,将对模型展现出的流动不稳定性与外激励间的耦合现象与已有的脉冲射流流动控制的数值模拟和实验结果进行对照和分析。其中,数值模拟和实验针对如图1所示的弯曲扩压通道展开。弯曲扩压通道的背风侧(下壁面)具有分离区,该分离流动结构即脉冲射流的控制对象。弯曲扩压通道的进口马赫数约为0.1。数值模拟数据由大涡模拟(large eddy simulation, LES)得到,

边界条件的设置通过进口给定总压、出口给定静压,脉冲射流采用正弦信号的流量边界条件进行模拟,采用双时间步长,其中物理步长设置为 10^{-5} s。非定常计算中监测了进出口总压、静压等参数,并着重对图1中的动态压力进行了捕捉,以便后续对条件同步性进行讨论。在实验中,由于扩压通道内的静压低于环境气压,通过周期性开闭(开闭频率可控)的阀门装置可以实现脉冲射流,实验主要通过对进、出口的总、静压进行测量,得到不同脉冲射流参数下通道的总压损失系数,从而得到脉冲射流流动控制效果与各个射流参数

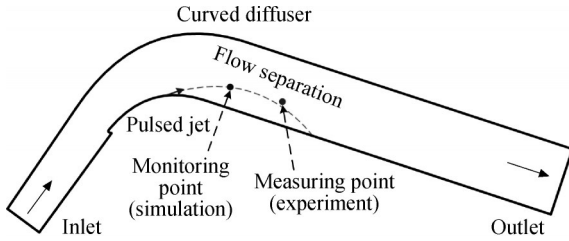


图1 采用脉冲射流流动控制的弯曲扩压通道

Fig.1 Flow control on a curved diffuser by pulsed jet

$$\frac{d^2 \tilde{\psi}}{d\tilde{t}^2} = -\tilde{\psi} + (\tilde{\omega}_i(\tilde{x}_0) - \tilde{l}_w(\tilde{x}_0) \tilde{\psi}^2) \frac{d\tilde{\psi}}{d\tilde{t}} + \tilde{A}_e(\tilde{x}_0) \sin(\tilde{\omega}_e \tilde{t} + \varphi_e(\tilde{x}_0)) + \sum_{\omega_n} \tilde{A}_n \sin(\tilde{\omega}_n \tilde{t} + \tilde{\omega}_n \tilde{x}_0 + \tilde{\varphi}_n(\tilde{\omega}_n)) \quad (17)$$

其中 $\varphi_e(\tilde{x}_0) = \tilde{\omega}_e \tilde{x}_0 + \varphi_e$,为 $\tilde{x}_0$ 位置处流动控制激励的相位。在 $\tilde{x} = \tilde{x}_0$ 位置,流函数 $\tilde{\psi}(\tilde{x}, \tilde{t})$ 的有效值 ϵ 也可以简化为

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\int_{\tilde{t}_1}^{\tilde{t}_2} \tilde{\psi}^2 d\tilde{t}}{\tilde{t}_2 - \tilde{t}_1}} \quad (18)$$

为了定性反映外激励的频率依赖性,本文初步选取了模型参数 $\tilde{\omega}_i(\tilde{x}_0) = 0.1$, $\tilde{l}_w(\tilde{x}_0) = 1$, $\tilde{A}_e(\tilde{x}_0) = 0.3$, 及 $\varphi_e(\tilde{x}_0) = 0$, 噪声激励函数 $f_n(\tilde{x}_0, \tilde{t})$ 由于 $\tilde{\varphi}_n(\tilde{\omega}_n)$ 的随机性选取为边界为 ± 0.001 的随机函数。模型相对卷入量随外激励无量纲频率的变化关系如图2所示,为了便于对比分析,弯曲扩压通道相对总压损失系数随脉冲射流频率变化关系的实验及数值模拟数据也在该图中给出(叶栅通道脉冲射流流动控制的数值模拟及实验数据呈现出类似结果,详见文献[8])。在模型中,非定常激励折合频率为1时($\tilde{\omega}_e = 1$)控制效果最佳,而在高频段($\tilde{\omega}_e > 1$)逐渐趋近于无控制效果,低频段($\tilde{\omega}_e < 1$)则可能出现负控制

间的联系。相关数值模拟和实验方法的细节及详细数据参见文献[19-20]。

3 基于自激-外激耦合模型的脉冲射流流动控制现象分析

本节基于推导得到了自激-外激耦合模型,通过数值手段求解该模型在一些特定参数条件下的解,并借助流函数的有效值与典型扩压通道脉冲射流流动控制的数值模拟和实验结果进行对比,以产生非定常流动控制外激励的频率依赖性、条件同步性、强度依赖性、位置依赖性,借以验证模型的有效性并阐明脉冲射流流动控制的机理。

3.1 非定常激励的频率依赖性

非定常流动分离中的不稳定涡结构会在外激励的作用下发生改变,其中外激励的频率是一个关键影响因素。简化起见,考虑固定流向位置 $\tilde{x} = \tilde{x}_0$ 下的流函数 $\tilde{\psi}(\tilde{x}_0, \tilde{t})$,带入式(14)中的第一式,由于 $\tilde{x}_0$ 固定,可将该偏微分表达转化为常微分,得到

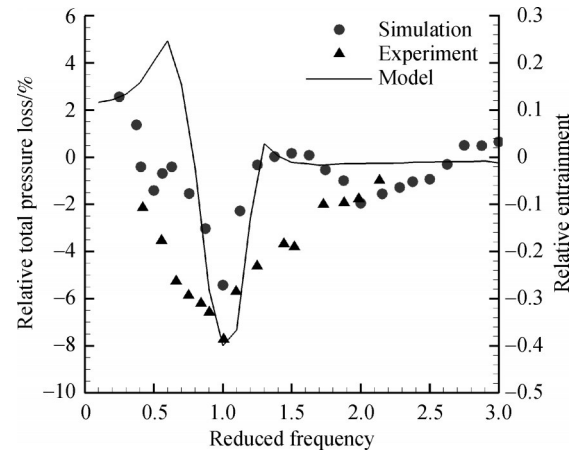


图2 非定常激励的频率依赖性

Fig.2 Frequency-dependent effect of unsteady excitation

效果。从图中可以看出,尽管模型、数值模拟、实验数据有一定差别,它们都捕捉到了折合频率为1时控制效果最佳的主导频率依赖特性,这说明该模型能够“去除枝叶,保留主干”,捉住了脉冲射流流动控制产生作用的主要机制。由于 $\tilde{\omega}_e = 1$ 意味着非定常激励频率与无控分离流主频相等,而无控分离流主频对应着流场的最不稳定模态,

因此外激励通过“激发”流场的最不稳定模态,从而促进主流和分离流间的动量传递,以起到好的控制效果。由于流场本身的不稳定性,“激发”流场的最不稳定模态花费的能量较小,进一步可能使脉冲射流控制产生“四两拨千斤”的效果。

3.2 非定常激励的条件同步性

本节考察模型中出现的条件同步性。条件同步性的意思是在特定情形下,外部非定常激励(如脉冲射流)能与动力系统主频(如分离流)同步,即发生锁频和锁相现象。具体而言,在式(17)的模型中,锁频则意味着

$$\tilde{\omega}_s(\tilde{x}_0) = \tilde{\omega}_e \quad (19)$$

其中 ω_s 为动力系统或流场主频。锁相则意味着

$$\varphi_s(\tilde{x}_0) - \varphi_e(\tilde{x}_0) = C_1 \quad (20)$$

或

$$\varphi_s(\tilde{x}_0) - \varphi_e(\tilde{x}_e) = C_2 \quad (21)$$

其中定义系统相位 $\varphi_s(\tilde{x}_0) = \tilde{\omega}_e \tilde{x}_0 + \varphi_s$, C_1 、 C_2 为常数。该式具有等价形式

$$\Delta\varphi_s(\tilde{x}_0) - \Delta\varphi_e(\tilde{x}_0) = 0 \quad (22)$$

其中 $\Delta\varphi_e(\tilde{x}_0)$ 代表输入非定常激励的相位差; $\Delta\varphi_s(\tilde{x}_0)$ 则代表输出系统相位之差。

采用快速傅里叶变换方法(fast Fourier transformation, FFT),模型的系统主频随非定常激励频率的变化关系如图3所示,弯曲扩压通道监测点主频随脉冲射流频率变化关系的实验及数值模拟数据也在该图中给出(监测点位置见图2,文献[18]中仅给出了部分脉冲射流频率下测量点流场主频的实验值)。在该图中,根据式(19),若数据点落在过原点且斜率为1的直线上,说明锁频现象发生;而若数据点落在斜率为0、纵截距为

1的直线上,则说明锁频未发生,且动力系统仍保持原有主频(保持无控主频或自然频率)。由该图可以看出,模型、数值模拟和实验数据都表明在非定常激励折合频率为1附近存在一个锁频区域,该区域内锁频现象发生,动力系统按外激励频率运动(数值模拟和实验间的误差及动态压力信号监测位置的不同,一定程度上产生了锁频区域的差异性);而在锁频区域之外,动力系统依然按照原先的自然频率运动。此外,图3所示的条件同步性也在其他非定常控制中出现,例如变形表面流动控制中^[9]。

此外,在模型的不同激励频率下,令非定常激励相位相差 120° (即令 $\Delta\varphi_e = 120^\circ$),采用FFT方法可计算出两种情形下系统主导频率对应的相位差(即 $\Delta\varphi_s$)。图4显示了不同非定常激励频率下的系统相位差与激励相位差之差(即 $\Delta\varphi_s - \Delta\varphi_e$),由式(22)可知,该值为 0° 时意味着锁相现象发生,而该值不为 0° 时则说明锁相未发生。结合图4和图3可以发现,锁频和锁相现象发生对应着相同的非定常激励频率区间,这意味着两者同时发生,即锁频、锁相为同步现象的两个方面。锁相现象也同样存在于真实的脉冲射流流动控制中,如图5所示,图中给出了扩压通道数值模拟中监测点处无量纲静压的时域脉动曲线(其中横坐标时间 t 通过分离涡周期 T 进行了无量纲化),脉冲射流折合频率为1,相位分别为 0° 、 120° 、 240° ,由该图可以看出,监测点静压相位 φ_s 与脉冲射流相位 φ_e 之差($\varphi_s - \varphi_e$)保持为常数,即锁相现象发生。

结合外激励的频率依赖性可以发现(图2),同步现象发生的频率区域大于外激励产生正效果的频率区域,因此同步性可能是外激励产生效果

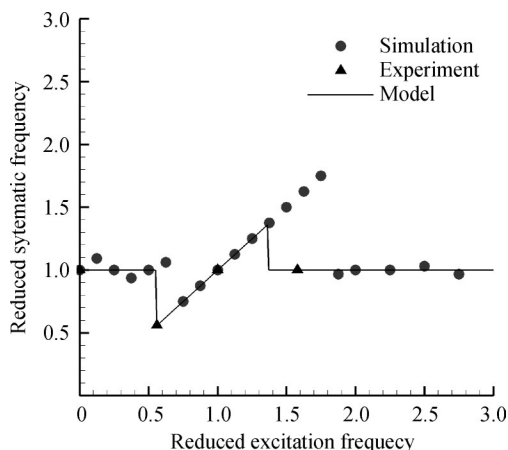


图3 非定常激励的频率锁定现象

Fig.3 Frequency-lock effect of unsteady excitation

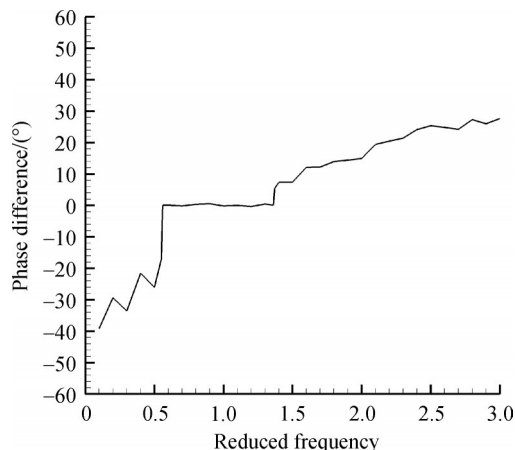


图4 非定常激励的相位锁定现象(模型)

Fig.4 Phase-lock effect of unsteady excitation (model)

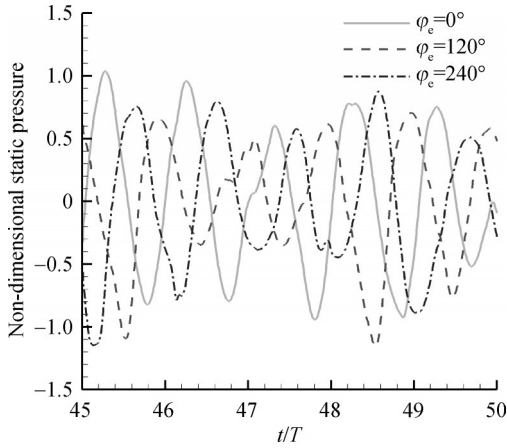


图5 非定常激励的相位锁定现象(数值模拟)
Fig.5 Phase-lock effect of unsteady excitation
(numerical simulation)

的必要非充分条件,外激励利用流动不稳定性需要与流场发生充分的耦合作用才能起到流动控制作用,同步性则是该耦合作用是否已经充分的外在体现。

3.3 非定常激励的强度依赖性

非定常流动效果同样依赖于激励强度。同样采用式(17)及文中第3.1节的模型参数,所不同的是,本节固定激励频率($\tilde{\omega}_e = 1$)而改变激励强度 $\tilde{A}_e(\tilde{x}_0)$ 。模型相对卷入量随外激励强度的变化关系如图6所示,此外,弯曲扩压通道相对总压损失系数随脉冲射流动量系数变化关系的实验及数值模拟数据也在该图中给出(更多脉冲射流强度依赖性的实验数据可参见文献[2])。可以看出,模型、数值模拟及实验数据都表明,当外激励强度较小时,控制效果近似和外激励强度成正比,而当外激励强度较大时,控制效果随外激励强度的增加变化趋于缓慢甚至不变,表现出阈值特性。在式(17)中可以看出这种阈值特性的来源,当激励强度 $\tilde{A}_e(\tilde{x}_0)$ 较强使得 $\tilde{\psi}$ 的幅值较大时, $d\tilde{\psi}/d\tilde{t}$

$$\frac{d^2\tilde{\psi}}{d\tilde{x}^2} = -\tilde{\psi} + (-\tilde{k}_i(\tilde{x}) - \tilde{l}_k(\tilde{x})\tilde{\psi}^2) \frac{d\tilde{\psi}}{d\tilde{x}} + \tilde{A}_e(\tilde{x})\sin(\tilde{\omega}_e\tilde{x} + \varphi_e(\tilde{t}_0)) + \sum_{\omega_n} \tilde{A}_n \sin(\tilde{\omega}_n\tilde{x} + \tilde{\varphi}_n(\tilde{\omega}_n) + \tilde{\omega}_n\tilde{t}_0) \quad (23)$$

其中定义 $\varphi_e(\tilde{t}_0) = \tilde{\omega}_e\tilde{t}_0 + \varphi_e$ 为 $\tilde{t}_0$ 时刻外激励的空间相位。本节仅分析 $\tilde{\omega}_e = 1$ 的情形,因为文中第3.2节分析的条件同步性,该情形下系统相位由激励相位所决定,即对研究范围内的任意 $\tilde{x}_0$,有 $\varphi_s(\tilde{x}_0) - \varphi_e(\tilde{x}_0) = C_1$,又由于 $\tilde{\omega}_s = \tilde{\omega}_e$,因此

项前的系数 $\tilde{\omega}_i(\tilde{x}_0) - \tilde{l}_\omega(\tilde{x}_0)\tilde{\psi}^2$ 倾向于为较大的负值,使该项表现为阻尼,从而阻止 $\tilde{\psi}$ 幅值的进一步增大。从图6中可以看出,实际数值模拟和实验数据中,控制效果随外激励强度的增加会更早地出现阈值,这可能是由于更高速度脉冲射流会与主流产生更强的剪切作用,从而造成额外的机械能损失,而这部分负的流动控制效果未在本文基于流动稳定性的简化模型中予以考虑。结合模型、数值模拟和实验分析表明,为实现最佳流动控制效果,脉冲射流的强度(动量系数)应取在快速增长段的后段,及出现慢速增长段(或阈值)以前。

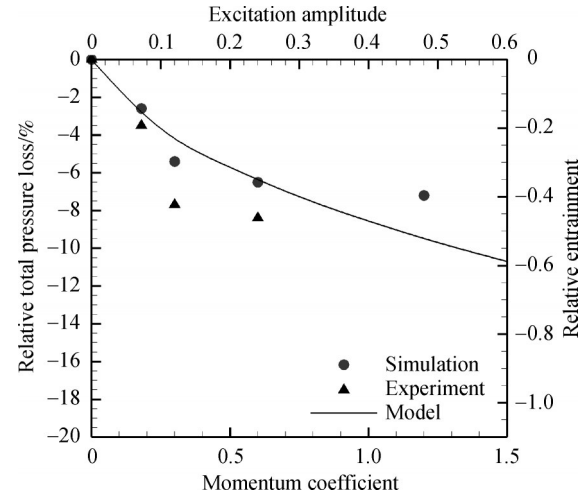


图6 非定常激励的强度依赖性
Fig.6 Intensity-dependent effect of unsteady excitation

3.4 非定常激励的位置依赖性

本节探讨非定常激励的位置依赖性。由于要分析扰动波沿流向的发展,采用式(14)的第二式,考虑主要不稳定模态充分发展后的固定时刻 $\tilde{t}_0$ ($\tilde{t}_0 \rightarrow \infty$),可将该偏微分表达转化为常微分,得到

$$\begin{aligned} \varphi_s(\tilde{t}_0) - \varphi_e(\tilde{t}_0) &= (\tilde{\omega}_s\tilde{t}_0 + \varphi_s) - (\tilde{\omega}_e\tilde{t}_0 + \varphi_e) = \\ &= (\tilde{\omega}_s\tilde{x}_0 + \varphi_s) - (\tilde{\omega}_e\tilde{x}_0 + \varphi_e) = \\ &= \varphi_s(\tilde{x}_0) - \varphi_e(\tilde{x}_0) = C_1 \end{aligned} \quad (24)$$

其中定义 $\varphi_s(\tilde{t}_0) = \tilde{\omega}_s\tilde{t}_0 + \varphi_s$ 。该式表明在流场充分发展后($\tilde{t}_0 \rightarrow \infty$), $\tilde{t}_0$ 时刻的流场系统应与激

励同步(相位仅相差一个常数)。此外,无控流场充分发展后,系统空间相位 $\varphi_s(\tilde{t}_0)$ 仅由环境噪声中主导波数的噪声决定,简化起见,仅考虑噪声扰动中的主导波数成分

$$f_n(\tilde{x}, \tilde{t}_0) \approx \tilde{A}_n \sin(\tilde{x} + \varphi_n(\tilde{t}_0)) \quad (25)$$

其中 $\varphi_n(\tilde{t}_0) = \tilde{\omega}_n \tilde{t}_0 + \tilde{\varphi}_n(\tilde{\omega}_n)$ 。则有

$$\varphi_s(\tilde{t}_0) - \varphi_n(\tilde{t}_0) = C_1 \quad (26)$$

另外,非定常激励产生的扰动波幅值应与距离激励位置的远近相关,距离激励位置越远,扰动幅值衰减得越多。如图 7 所示,定常自由射流的速度型具有如下经验公式^[21]:

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left[1 - \left(\frac{|x|}{b} \right)^{1.5} \right]^2 \quad (27)$$

其中 $u_{\max}$ 为射流速度型最大速度, b 为射流半扩展厚度。由于该公式仅适用于 $-b < x < b$ 区间,因此,采用正态分布函数对其进行拟合及延拓,可得

$$\frac{u}{u_{\max}} = e^{-3.69 \left(\frac{x}{b} \right)^2} \quad (28)$$

假设脉冲射流峰值速度的速度型与定常射流相一致,且其产生的扰动波幅值与射流速度成正比,可得

$$\frac{\tilde{A}_e(x)}{\tilde{A}_e} = e^{-g(\tilde{x} - \tilde{x}_e)^2} \quad (29)$$

其中 $\tilde{x}_e$ 为激励位置, g 为描述射流幅值衰减程度的无量纲参数(包含由射流角产生的修正)。结合 $\tilde{\omega}_e = 1$ 及式(24)和式(26),式(23)的形式为

$$\frac{d^2 \tilde{\psi}}{d\tilde{x}^2} = -\tilde{\psi} + (-\tilde{k}_i(\tilde{x}) - \tilde{l}_k(\tilde{x}) \tilde{\psi}^2) \frac{d\tilde{\psi}}{d\tilde{x}} + \tilde{A}_e e^{-g(\tilde{x} - \tilde{x}_e)^2} \sin(\tilde{x} + \varphi_e(\tilde{t}_0)) + \tilde{A}_n \sin(\tilde{x} + \varphi_n(\tilde{t}_0)) \quad (30)$$

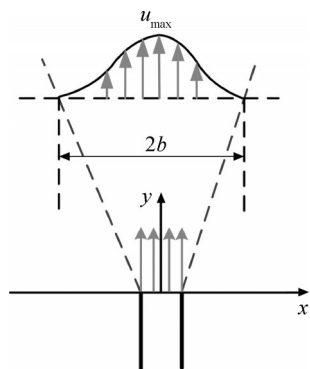


图 7 自由射流示意图

Fig.7 Diagram of free jet

分离点可认为是流场速度剖面恰好出现拐点^[22],即流动稳定性刚好发生改变的位置(由稳定变为不稳定),因此若分离点位置 $\tilde{x}_s = 0$,分离点前后可假设有如下近似关系:

$$\begin{cases} -\tilde{k}_i(\tilde{x}) = k^+ > 0 & \tilde{x} \geq 0 \\ -\tilde{k}_i(\tilde{x}) = k^- < 0 & \tilde{x} < 0 \end{cases} \quad (31)$$

和

$$\begin{cases} \tilde{l}_k(\tilde{x}) = l^+ & \tilde{x} \geq 0 \\ \tilde{l}_k(\tilde{x}) = 0 & \tilde{x} < 0 \end{cases} \quad (32)$$

另外在 $\tilde{t} = \tilde{t}_0$ 时刻,流函数 $\tilde{\psi}(\tilde{x}, \tilde{t})$ 的有效值 ϵ 也可以简化为

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\int_{\tilde{x}_1}^{\tilde{x}_2} \tilde{\psi} d\tilde{x}}{\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1}} \quad (33)$$

为了定性反映外激励的位置依赖性,本文初步选取了模型参数 $k^+ = 0.1$ 、 $k^- = -1$ 、 $l^+ = 1$ 、 $g = 0.01$ 、 $\varphi_e(\tilde{t}_0) = 0$ 、 $\tilde{A}_n = 0.001$ 及 $\tilde{A}_e = 0.3$ 。

在模型中,系统主频随外激励位置的变化关系如图 8 所示,图中非定常激励的相对位置的定义为

$$\tilde{x}_r = \frac{\tilde{x}_e - \tilde{x}_s}{\tilde{x}_1} \quad (34)$$

其中 $\tilde{x}_1$ 为无控情形扰动波饱和所需要的距离。弯曲扩压通道相对总压损失系数随脉冲射流无量纲位置变化关系的实验及数值模拟数据也在该图中给出,其中脉冲射流无量纲位置的定义为

$$x^+ = \frac{x_e - x_s}{c_1} \quad (35)$$

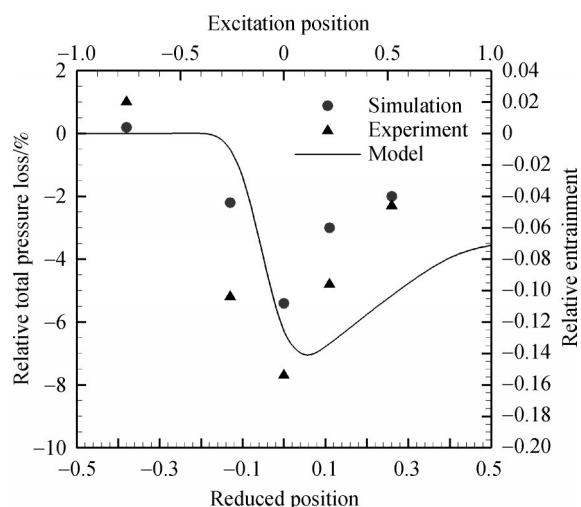


图 8 非定常激励的位置依赖性

Fig.8 Position-dependent effect of unsteady excitation

其中 x_e 、 x_s 和 c_l 分别为脉冲射流位置、分离点位置和仿叶片弦长。模型的分析表明,非定常激励在分离点附近时($\tilde{x}_e \approx 0$)控制效果最佳;而当激励位置向上游移动时($\tilde{x}_e < 0$),控制效果会快速衰减直至零;当激励位置向下游移动时($\tilde{x}_e > 0$),控制效果也会发生衰减,但衰减速度较慢。数值模拟和实验数据与模型的结果基本吻合,这表明,非定常激励位置在流动稳定性发生改变的位置(通常为分离点)附近施加,流动控制效果最佳,此时不稳定波幅值较小且扰动增长率为正,激励容易对不稳定波产生影响作用;而当激励置于其他位置,或者扰动波增长率为负,或者主导不稳定模态已较强,不利于非定常的作用;此外,由于激励影响作用的局域性,当激励置于非分离点附近,分离点处感受到的非定常激励必然发生显著衰减,导致非定常控制效果的减弱。文献[2]综合了多篇文献的研究表明,非定常激励应放置于流动分离点附近,但具体最佳位置取决于控制对象,可能略微靠前或靠后。该结论与本文的结果相一致。

4 结 论

本文基于弱非线性稳定性理论,推导了一种可以定性描述脉冲射流流动控制现象的自激-外激耦合模型,通过对模型的理论推导、数值仿真,并与脉冲射流数值模拟及实验数据的对比分析,可以得到如下结论:

1) 脉冲射流流动控制的自激-外激耦合模型基于弱非线性稳定性理论,由两个偏微分方程组成,包含流场的自激运动,及非定常流动控制和环境噪声组成的外激励项,可以近似反映流场主导不稳定模态的时间和流向空间发展。

2) 自激-外激耦合模型能反映出非定常激励的频率依赖性、条件同步性、强度依赖性及位置依赖性,这些现象与典型扩压通道中的脉冲射流流动控制现象相一致,验证了该模型对脉冲射流流动控制主导机制把握的有效性。

3) 通过对自激-外激耦合模型的分析表明,脉冲射流流动控制通过利用流动的不稳定性,在一定条件下,能使流场与非定常激励产生同步运动,从而“激发”流场的最不稳定模态,通过不稳定模态促进主流和分离流间的动量传递,以达到“四两拨千斤”的控制效果。由于非线性阻尼项的作用,激励强度较大时,控制效果会随激励强度增大而减弱,而扰动的流向稳定性变化拐点的存在则

使得非定常激励作用在分离点附近时效果最佳。

脉冲射流流动控制的自激-外激耦合模型基于临界状态附近的弱非线性稳定性理论,已能定性描述实际流动现象,该模型为更复杂、精准及超临界状态理论模型的基础。目前,模型中的一些参数还无法直接进行量化给定,希望后续的研究中进一步发展出相关参数的理论、半经验或经验公式,以提高该理论模型对真实流动的预测能力。

参考文献:

- [1] RIVIR R B, SONDERGAARD R, BONS J P, et al. Passive and active control of separation in gas turbines[R]. AIAA-2000-2235, 2000.
- [2] GREENBLATT D, WYGNANSKI I J. The control of flow separation by periodic excitation[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2000, 36(7):487-545.
- [3] LEPICOVSKY J, AHUJA K, BROWN W H, et al. Acoustic control of free jet mixing[J]. Journal of Propulsion and Power, 1986, 2(4):323-330.
- [4] 秦勇, 宋彦萍, 陈浮, 等. 合成射流控制高速扩压叶栅二次流的数值模拟[J]. 航空动力学报, 2018, 33(4):792-802.
QIN Yong, SONG Yanping, CHEN Fu, et al. Numerical simulation of secondary flow control on high-speed compressor cascade with synthetic jets[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(4):792-802. (in Chinese)
- [5] 朱剑锋, 黄国平, 傅鑫, 等. 脉冲射流控制弯曲扩压管道流动分离的特点[J]. 航空动力学报, 2015, 30(12):2942-2948.
ZHU Jianfeng, HUANG Guoping, FU Xin, et al. Characteristic of controlling flow separation in divergent curved channels by pulsed jet[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(12):2942-2948. (in Chinese)
- [6] CHOI J, XU C X, SUNG H J. Drag reduction by spanwise wall oscillation in wall-bounded turbulent flows[J]. AIAA Journal, 2002, 40(5):842-850.
- [7] HSIAO F B, SHYU R N, CHANG R C. High angle of attack airfoil performance improvement by internal acoustic excitation[J]. AIAA Journal, 1994, 32(3):655-662.
- [8] CHEN Jie, LU Weiyu, HUANG Guoping, et al. Research on pulsed jet flow control without external energy in a blade cascade[J]. Energies, 2017, 10(12):2004.1-2004.18.
- [9] KANG W, XU M, YA W, et al. Lock-in mechanism of flow over a low-Reynolds-number airfoil with morphing surface[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 97:105647.1-105647.9.
- [10] SEIFERT A, DARABI A, WYGNANSKI I. Delay of airfoil stall by periodic excitation[J]. Journal of Aircraft, 1996, 33(4):691-698.
- [11] WYGNANSKI I. The variables affecting the control of separation by periodic excitation[R]. AIAA-2004-2505, 2004.
- [12] GROSCHE C E, SALWEN H. The continuous spectrum of

- the Orr-Sommerfeld equation: Part 1 the spectrum and the eigenfunctions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1978, 87: 33-54.
- [13] MERZARIE W, WANG S, NINOKATA H, et al. Biglobal linear stability analysis for the flow in eccentric annular channels and a related geometry[J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(11):114104.1-114104.13.
- [14] STUART J T. On the non-linear mechanics of hydrodynamic stability[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1958, 4:1-21.
- [15] DRAZIN P G, REID W H. *Hydrodynamic stability*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [16] THOMPSON M C, GAL P L. The Stuart-Landau model applied to wake transition revisited[J]. *European Journal of Mechanics: B/Fluids*, 2004, 23(1):219-228.
- [17] SKAMNAKIS D, PAPAILIOU K. Flow stability analysis and excitation using pulsating jets[J]. *Comptes Rendus Mécanique*, 2005, 333(8):628-635.
- [18] WYGNANSKI I J, PETERSEN R A. Coherent motion in excited free shear flows[J]. *AIAA Journal*, 1987, 25(2): 201-213.
- [19] 朱剑锋. 脉冲射流抑制大扩压度压气机流动分离的机理及方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013.
- ZHU Jianfeng. Method and mechanism investigation of reducing flow separation in large diffusion compressors by pulsed jet[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013. (in Chinese)
- [20] LU Weiyu, HUANG Guoping, WANG Jinchun, et al. Interpretation of four unique phenomena and the mechanism in unsteady flow separation controls[J]. *Energies*, 2019, 12(4): 587.1-587.18.
- [21] 刘沛清. 自由紊动射流理论[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008.
- [22] FEEROL M A, LAVOIEL P, SULLIVAN P E. Influence of synthetic jet location on active control of an airfoil at low Reynolds number[J]. *Experiments in Fluids*, 2017, 58(8): 99.1-99.12.

(编辑: 王碧珺)